

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 4<sup>η</sup>**

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ )**



ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 4<sup>η</sup>

## ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω  $t_1, t_2, \dots, t_n$  οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$ . Σχηματίζουμε τις διαφορές  $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$ . Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν.

Μονάδες 7

A2. Να δοθεί ο ορισμός της διαμέσου ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

A3. Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται γνησίως φθίνουσα;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το  $A$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_1 \in A$ , όταν  $f(x) \leq f(x_1)$  για κάθε  $x$  σε μια περιοχή του  $x_1$ .

β.  $(\epsilon\phi x)' = \frac{1}{-\sigma\upsilon\nu^2 x}$ .

γ. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$  βρίσκεται το 95% περίπου των παρατηρήσεων, όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.

δ. Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατωτέρου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

ε. Η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) \cdot g(x)$  υπολογίζεται :

$$(f(x) \cdot g(x))' = f(x) \cdot g'(x) + f'(x) \cdot g(x).$$

Μονάδες 5



**ΘΕΜΑ Β**

Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$  είναι :

15, 11,  $13+\alpha$ , 19, 17, 18,  $\kappa$ , 16

όπου  $\alpha = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 - 2x + 1} - 1}{2x - 2}$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 1$  .

**Μονάδες 6**

**B2.** Για  $\alpha=1$  να υπολογίσετε την τιμή  $\kappa$ , αν η μέση τιμή ( $\bar{x}$ ) των παρατηρήσεων είναι 15.

**Μονάδες 7**

**B3.** Για  $\alpha=1$  και  $\kappa=10$  να υπολογίσετε το εύρος, την διάμεσο και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

**B4.** Αν οι τιμές των παρατηρήσεων πολλαπλασιαστούν με το -2 και στην συνέχεια αυξηθούν κατά πέντε, να εξετάσετε αν το δείγμα των παρατηρήσεων που προκύπτει, είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \alpha x^2 - 1$ , όπου  $\alpha \in \mathbb{R}$  σταθερά.

**Γ1.** Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$  ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$ , να είναι κάθετη στην ευθεία  $x - y + 2 = 0$ .

**Μονάδες 5**

Αν  $\alpha=1$ , τότε :

**Γ2.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 8**

**Γ4.** Να υπολογίσετε τον εμβαδόν του τριγώνου, που σχηματίζει η εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

**Μονάδες 6**



**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση που ικανοποιεί τη σχέση  $f(x) = \frac{2s^2}{x-1}$ , όπου  $s^2$  η διακύμανση των θετικών παρατηρήσεων  $x_1, x_2, \dots, x_n$  μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος, που ακολουθεί κανονική κατανομή..

**Δ1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης (μον. 2) και να υπολογίσετε την παράγωγο  $f(x)$  (μον. 4).

**Μονάδες****6**

**Δ2.** Αν γνωρίζουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης  $f$  στο  $-1$  ισούται με  $-8$  να υπολογιστεί η διακύμανση  $s^2$  των παρατηρήσεων του παραπάνω δείγματος.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Αν οι παραπάνω παρατηρήσεις έχουν  $CV=25\%$ , να βρεθεί η μέση τιμή  $\bar{x}$  του δείγματος.

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 500, πόσες παρατηρήσεις έχουν τιμή από 12 έως 20 (μον. 6) και πόσες παρατηρήσεις έχουν τιμή κάτω από 12 (μον. 3)

**Μονάδες 9**