

Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων

ΑΣΚΗΣΗ 1.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = 7$

β. $f(x) = -5$

γ. $f(x) = \sqrt{2}$

δ. $f(x) = \alpha$

ε. $f(x) = \lambda^3$

στ. $f(x) = \sqrt{a^2 + 1}$

ΑΣΚΗΣΗ 2.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x^3$

β. $f(x) = x^6$

γ. $f(x) = x^2$

δ. $f(x) = x$

ε. $f(t) = t^5$

στ. $f(t) = t^4$

Κανόνες παραγώγισης

ΑΣΚΗΣΗ 3.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = 5x$

β. $f(x) = -2x$

γ. $f(x) = \alpha x$

δ. $f(x) = \frac{3}{2}x$

ε. $f(x) = \frac{x}{3}$

στ. $f(x) = -\frac{3x}{5}$

ΑΣΚΗΣΗ 4.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = 5x^2$

β. $f(x) = -3x^2$

γ. $f(x) = 2\alpha x^2$

δ. $f(x) = -3\alpha x^2$

ε. $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

στ. $f(x) = -\frac{5}{2}x^2$

**ΑΣΚΗΣΗ 5.**

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = 2x^3$

β. $f(x) = -4x^3$

γ. $f(x) = \alpha x^2$

δ. $f(x) = \frac{1}{3}x^3$

ε. $f(x) = -\frac{2}{3}x^3$

στ. $f(x) = \frac{4x^3}{5}$

ζ. $f(r) = 2r^4$

η. $f(x) = -4x^5$

θ. $f(x) = 3\alpha x^6$

ΑΣΚΗΣΗ 6.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = 2\eta\mu x$

β. $f(x) = -5\sigma\upsilon\nu x$

γ. $f(x) = 3\sqrt{x}$

δ. $f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x}$

ε. $f(x) = \frac{2}{x}$

στ. $f(x) = \frac{3}{2x}$

Κανόνας Αθροίσματος

ΑΣΚΗΣΗ 7.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

$$\alpha. f(x) = x^3 + \eta \mu x$$

$$\beta. f(x) = x + \sigma \upsilon \nu x$$

$$\gamma. f(x) = \sqrt{x} + \varepsilon \varphi x + 3$$

$$\delta. f(x) = x^2 + \frac{1}{x} + \sqrt{2}$$

$$\varepsilon. f(x) = x^2 + \eta \mu x + \beta$$

$$f(x) = x^5 + \frac{1}{x} + \eta \mu t$$

ΑΣΚΗΣΗ 8.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

$$\alpha. f(x) = x^2 - 5x + 2$$

$$\beta. f(x) = -5x^2 + x - 7$$

$$\gamma. f(x) = x^2 - \alpha x + 2$$

$$\delta. f(x) = \alpha x^2 - 3x + 5$$

$$\varepsilon. f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - x + 1$$

$$\sigma\tau. f(x) = -4x^3 + 5x^2 + 3\beta - 2x$$

ΑΣΚΗΣΗ 9.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

$$\alpha. f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{3}$$

$$\beta. f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{6}$$

$$\gamma. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x - 2$$

$$\delta. f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 7x + 1$$

$$\varepsilon. f(x) = \frac{3}{2}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - \alpha x^2 - 1$$

$$\sigma\tau. f(x) = 2\alpha x^5 - \frac{3\beta}{2}x^2 - 1$$

ΑΣΚΗΣΗ 10.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

$$\alpha. f(x) = 3\eta \mu x - 2\sqrt{x} + 5$$

$$\beta. f(x) = x^2 + \frac{2}{x} - \sqrt{x}$$

$$\gamma. f(x) = 2\sqrt{x} - \alpha \sigma \upsilon \nu x - 2$$

$$\delta. f(x) = \frac{3}{x} - 2\alpha \eta \mu x + \pi$$

ΑΣΚΗΣΗ 11.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

$$\alpha. f(t) = t^3 - 3t^2 + 5t + 1$$

$$\beta. x(t) = t^3 + 3t - \sqrt{x}$$

$$\gamma. f(u) = \eta \mu u + 3\sigma \upsilon \nu u$$

$$\delta. f(\omega) = \varepsilon \varphi \omega - \omega$$

Κανόνας Γινομένου

ΑΣΚΗΣΗ 12.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x\eta\mu x$

β. $f(x) = x^2\sigma\upsilon\nu x$

γ. $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 + 5)$

δ. $f(x) = (3x - 2)\eta\mu x$

ε. $f(x) = (5x - 1)(3x + 4)$

στ. $f(x) = x\sqrt{x}$

ΑΣΚΗΣΗ 13.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = \varepsilon\phi x + x^2\sigma\upsilon\nu x$

β. $f(x) = x^2 + 3x\sigma\upsilon\nu x$

γ. $f(x) = 2x\sqrt{x} - x^3$

δ. $f(x) = \frac{1}{x} + (x^3 + 2)\sigma\upsilon\nu x$

ε. $f(x) = 3\sqrt{x} + 5(x^2 + 1)\eta\mu x$

στ. $f(x) = 5\varepsilon\phi x - 3(2x^3 - 1)\eta\mu x$

Κανόνας Πηλίκου

ΑΣΚΗΣΗ 14.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = \frac{x}{\eta\mu x}$

β. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

γ. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

δ. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

ε. $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$

στ. $f(x) = \frac{x + \sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x}$

ΑΣΚΗΣΗ 15.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

β. $f(x) = \frac{1}{x-1}$

γ. $f(x) = \frac{1}{\eta\mu x}$

δ. $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$

ε. $f(x) = \frac{3}{2\sigma\upsilon\nu x}$

στ. $f(x) = \frac{1}{3x^2}$

ΑΣΚΗΣΗ 16.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$

β. $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$

γ. $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$

δ. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} + \frac{2}{3}$

ε. $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$

στ. $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

Κανόνας Σύνθετης Συνάρτησης

ΑΣΚΗΣΗ 17.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = \eta\mu 2x$

β. $f(x) = \sigma\upsilon\nu 3x$

γ. $f(x) = \eta\mu x^2$

δ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu(3x+2)$

ε. $f(x) = \eta\mu(5x-3)$

στ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu(3x^2+1)$

ζ. $f(x) = x\eta\mu 2x$

η. $f(x) = \frac{x}{\eta\mu 3x}$

θ. $f(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu 2x}{x}$

ΑΣΚΗΣΗ 18.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = \sqrt{2x+1}$

β. $f(x) = \sqrt{x^2+3}$

γ. $f(x) = \sqrt{\eta\mu x}$

δ. $f(x) = \sqrt{1+\sigma\upsilon\nu x}$

ε. $f(x) = \sqrt{x+\eta\mu x}$

στ. $f(x) = \sqrt{\eta\mu 3x}$

ζ. $f(x) = \sqrt{x^2+x+1}$

η. $f(x) = \sqrt{x^2-2x+3}$

θ. $f(x) = \sqrt{x^4+1}$

ΑΣΚΗΣΗ 19.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$

β. $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$

γ. $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$

δ. $f(x) = x\sqrt{x^2-x+1}$

ε. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

στ. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}}{x}$

ΑΣΚΗΣΗ 20.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = (x^2+1)^3$

β. $f(x) = (2x-3)^2$

γ. $f(x) = (3x+5)^2$

δ. $f(x) = (x^2+x+1)^2$

ε. $f(x) = \eta\mu^2 x$

στ. $f(x) = \sigma\upsilon\nu^3 x$

ΑΣΚΗΣΗ 21.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x + (x^2 - x + 1)^{10}$

β. $f(x) = x(x^2+1)^5$

γ. $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$

δ. $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$



Δεύτερη Παράγωγος

ΑΣΚΗΣΗ 22.

Να βρείτε την **δεύτερη** παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = 3x^2 + 5x + \sqrt{2}$

β. $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + a$

γ. $f(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + ax - 1$

δ. $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 - \beta x + 1$

ε. $f(x) = \alpha x^2 + \beta \eta \mu x - \gamma$

στ. $f(x) = x^3 + \alpha \sigma \upsilon \nu x + \beta$

ΑΣΚΗΣΗ 23.

Να βρείτε την **δεύτερη** παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x \eta \mu x$

β. $f(x) = x^2 \sigma \upsilon \nu x$

γ. $f(x) = \frac{3x+1}{x}$

δ. $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$

Παράγωγος $f(x)=x^p$ ΑΣΚΗΣΗ 24.

Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α. $f(x) = x^{-2}$

β. $f(x) = x^{-4}$

γ. $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$

δ. $f(x) = \sqrt[3]{x}, x > 0$

ε. $f(x) = \sqrt[3]{x^2}, x > 0$

στ. $f(x) = \sqrt[5]{x^2}, x > 0$

Ορισμός Παραγώγου

ΑΣΚΗΣΗ 25.

Χρησιμοποιώντας των ορισμό της παραγώγου ,να βρεθούν οι παράγωγοι των παρακάτω συναρτήσεων:

1. $f(x) = 2x + 1$

2. $g(x) = 3x^2$

ΑΣΚΗΣΗ 26.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + x + 1$. Να υπολογίσετε :

1. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-2) - f(-2)}{h}$

2. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+1) - 3}{h}$



ΑΣΚΗΣΗ 27.

Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Αν ισχύει ότι $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2x^3 + 1$, να βρεθεί η παράγωγος της f .
2. Αν $f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 1$, να υπολογίσετε το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

Σχέσεις με Παραγώγους**ΑΣΚΗΣΗ 28.**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \alpha x^2 - 2\beta x + 3$. Αν $f'(1) = 7$ και $f''(2) = 18$.
Να βρεθούν τα α, β .

ΑΣΚΗΣΗ 29.

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{2x^3}{3} + x^2 - x + 2$. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2g'(x) - g''(x)}{x^2 + x}$.

ΑΣΚΗΣΗ 30.

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις:

1. Αν $f(x) = \frac{x^2}{x-1} - 1$, $f'(x) = 0$ και $f'(x) < 0$.
2. Αν $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$, $f'(x) = 0$ και $f'(x) > 0$.
3. Αν $f(x) = \frac{x}{x+1}$, $f'(x) = 0$ και $f'(x) > 0$.

