

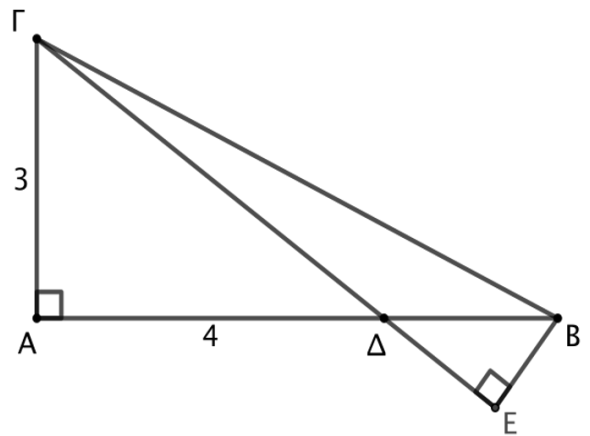
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Το Πυθαγόρειο θεώρημα

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 6$ και $A\Gamma = 3$. Θεωρούμε σημείο Δ στην πλευρά AB , τέτοιο ώστε $A\Delta = 4$. Φέρουμε την απόσταση BE της κορυφής B από την $\Gamma\Delta$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

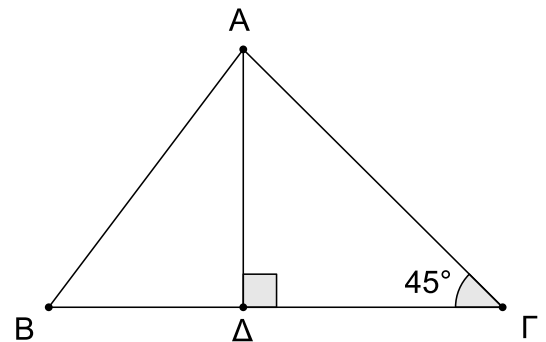
- Να υπολογίσετε το τμήμα $\Gamma\Delta$.
- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $E\Delta B$ είναι όμοια.
- Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BE .



ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 7$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και ύψος $A\Delta = 4$.

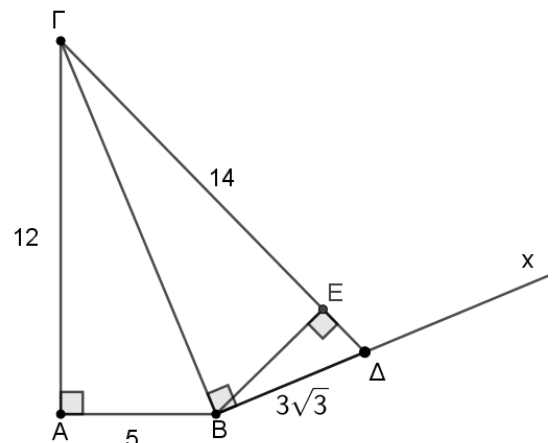
- Να αποδείξετε ότι:
 - $\Gamma\Delta = 4$.
 - $A\Gamma = 4\sqrt{2}$.
- Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB .



ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $A\Gamma = 12$ και $AB = 5$.

- Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 13$.
- Φέρουμε ημιευθεία Bx κάθετη στη $B\Gamma$ στο σημείο B και παίρνουμε σε αυτή σημείο Δ , τέτοιο ώστε $\Delta\Gamma = 14$, όπως φαίνεται στο σχήμα.
 - Να αποδείξετε ότι $B\Delta = 3\sqrt{3}$.
 - Να υπολογίσετε την προβολή της $B\Delta$ στην $\Delta\Gamma$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Το Πυθαγόρειο θεώρημα

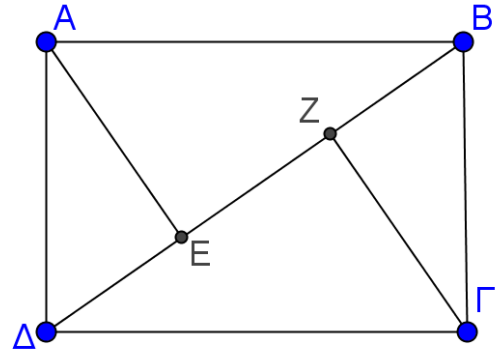
ΑΣΚΗΣΗ 4

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρές $AB=3\sqrt{2}$ και $A\Delta=3$. Αν AE και ΓZ είναι ύψη των τριγώνων $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$ αντιστοίχως, τότε

α) Να υπολογίσετε την διαγώνιο $B\Delta$ του ορθογωνίου.

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = ZB = \sqrt{3}$.

γ) Να αποδείξετε ότι $ZE = \Delta E = BZ$



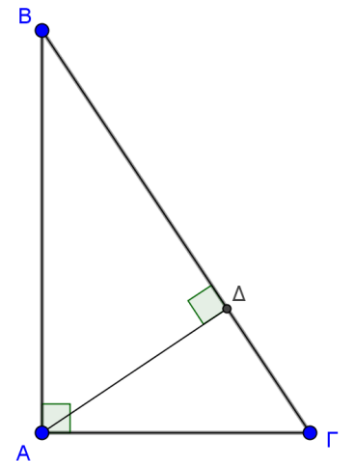
ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma=20$ και αντίστοιχο ύψος $A\Delta=8$.

Αν $B\Delta > \Delta\Gamma$ τότε:

α) Να υπολογίσετε το μήκος της $\Delta\Gamma$.

β) Αν $\Delta\Gamma=4$, να βρείτε τα μήκη των AB και $A\Gamma$



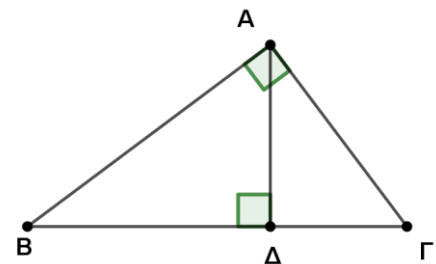
ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Gamma = 5$ και $AB = 4$. Να υπολογίσετε:

α) την πλευρά $A\Gamma$.

β) την προβολή της πλευράς AB πάνω στη $B\Gamma$.

γ) το ύψος $A\Delta$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

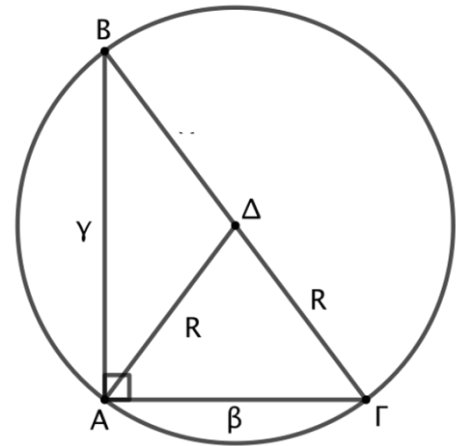
Το Πυθαγόρειο θεώρημα

ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R . Αν οι πλευρές του τριγώνου είναι $B\Gamma = \alpha$, $A\Gamma = \beta$ και $AB = \gamma$, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $\alpha = 2R$.

β) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8R^2$.



ΑΣΚΗΣΗ 8

Στο παρακάτω σχήμα, τα ευθύγραμμα τμήματα $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔE έχουν μήκη αντίστοιχα 12, 16, 8 και 10, οι γωνίες $\hat{A}B\Gamma$ και $\hat{\Delta}\Gamma E$ είναι ορθές και τα σημεία A, Γ και E ανήκουν στην ίδια ευθεία.

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AE .

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Gamma\Delta$ είναι όμοια.

γ) Έστω ότι το σημείο τομής των ευθειών AB και $E\Delta$ είναι το Z και ZH είναι το ύψος του τριγώνου ZAE από την κορυφή του Z . Να αποδείξετε ότι:

i. $EH = 13$,

ii. $ZH = \frac{52}{3}$.

