

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος.

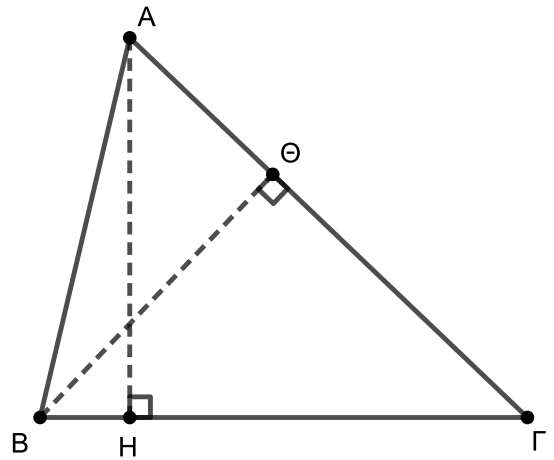
ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε τα ύψη του ΑΗ και ΒΘ.

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- Η προβολή της πλευράς ΒΓ στην πλευρά ΑΓ είναι το τμήμα
- Η προβολή της πλευράς ΑΒ στην πλευρά ΒΓ είναι το τμήμα
- Το τμήμα ΗΓ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- Το τμήμα ΑΘ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- $ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + \dots - 2 \cdot ΒΓ \cdot \dots$
- $ΒΓ^2 = \dots + ΑΓ^2 - 2 \cdot \dots \cdot ΑΘ$

β) Αν $ΑΒ = 4$, $ΒΓ = 5$ και $ΑΓ = 6$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΘ.



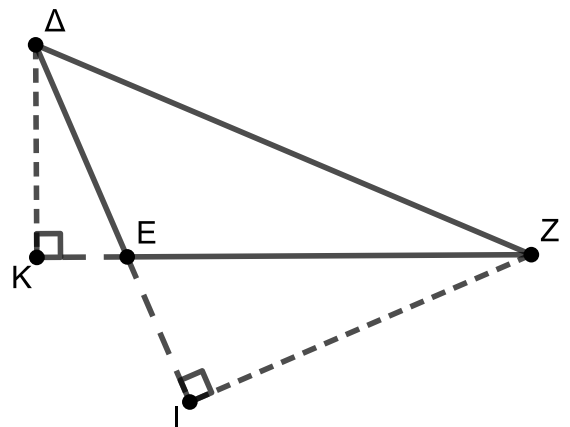
ΑΣΚΗΣΗ 2

Στα παρακάτω τρίγωνο ΔΕΖ φέρουμε τα ύψη του ΔΚ και ΖΙ.

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- Η προβολή της πλευράς ΔΕ στην πλευρά ΕΖ είναι το τμήμα
- Η προβολή της πλευράς ΔΖ στην πλευρά ΕΖ είναι το τμήμα
- Το τμήμα ΔΙ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- Το τμήμα ΕΙ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- $ΔΖ^2 = ΔΕ^2 + \dots + 2 \cdot ΕΖ \cdot \dots$
- $ΕΖ^2 = \dots + ΔΖ^2 - 2 \cdot \dots \cdot ΔΙ$

β) Αν $ΔΕ = 2$, $ΕΖ = 4$ και $ΔΖ = 5$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔΙ.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Τα μήκη των πλευρών α, β, γ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι : $\alpha=7, \beta=3$ και $\gamma=5$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο.

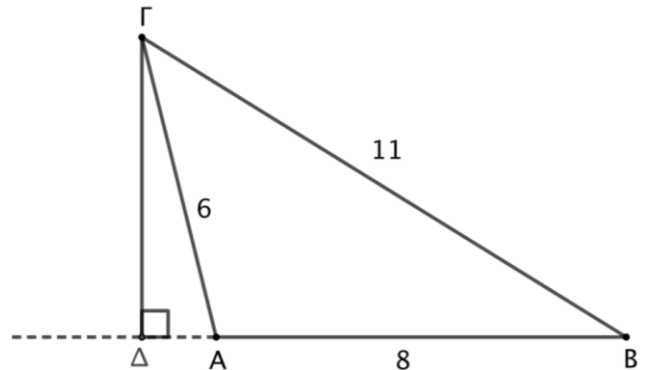
β) Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς AB στην πλευρά AG και να υπολογίσετε το μήκος της.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB = 8, AG = 6$ και $B\Gamma = 11$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο.

β) Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς AG πάνω στην AB και να υπολογίσετε το μήκος της.



ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5, B\Gamma = \sqrt{41}$ και $AG = 8$.

α) Να σχεδιάσετε την προβολή $A\Delta$, της AB στην AG και να υπολογίσετε το μήκος της.

β) Αν $A\Delta = 3$, να υπολογίσετε το μήκος του ύψους $B\Delta$



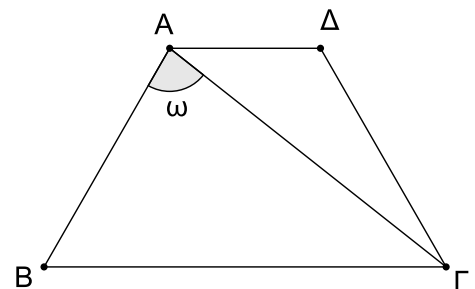
ΑΣΚΗΣΗ 6

Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος είναι $A\Delta = 3, AB = \Gamma\Delta = 5, B\Gamma = 8$ και $\hat{A} = 120^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $AG = 7$.

β) Να αποδείξετε ότι $\sin \omega = \frac{1}{7}$, όπου ω είναι η

γωνία $B\hat{A}\Gamma$. Δίνεται ότι $\sin 120^\circ = -\frac{1}{2}$.



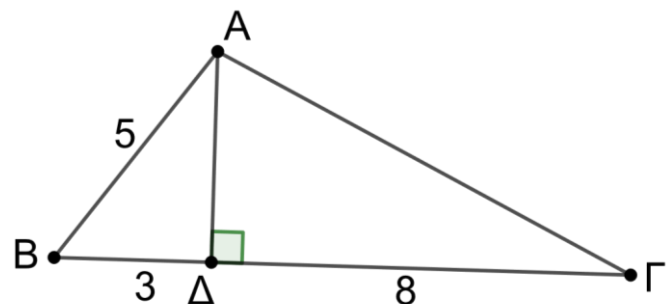
ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5$ και $A\Delta$ το ύψος του από την κορυφή A . Αν $B\Delta = 3$ και $\Gamma\Delta = 8$ να αποδείξετε ότι:

α) $A\Delta = 4$.

β) $AG = \sqrt{80}$.

γ) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο.



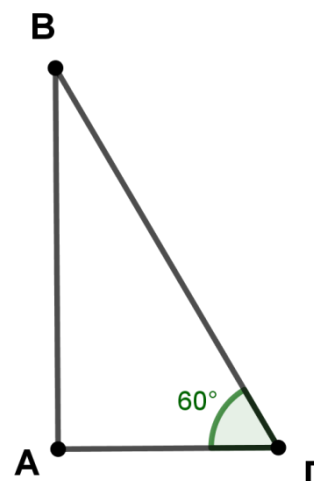
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος.

ΑΣΚΗΣΗ 8

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 4$, $A\Gamma = 2$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

- Να υπολογίσετε την πλευρά AB .
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΑΣΚΗΣΗ 9

- Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του αν οι πλευρές του έχουν μήκη $6, 5, \sqrt{37}$.
- Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma=6$, $AB=5$ και $A\Gamma= \sqrt{37}$. Να βρείτε το μήκος της προβολής της πλευράς AB πάνω στην πλευρά $B\Gamma$.

ΑΣΚΗΣΗ 10

Τα Δ και E είναι σημεία των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ενός τριγώνου $AB\Gamma$. Δίνεται ότι $AB = 9$, $A\Gamma = 12$, $A\Delta = 4$ και $AE = 3$.

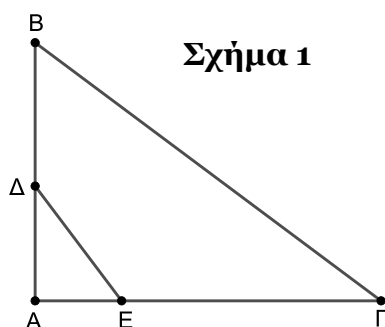
- Έστω ότι στο παραπάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 15$, (Σχήμα 1). Να αποδείξετε ότι:

- Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- $\Delta E = 5$.

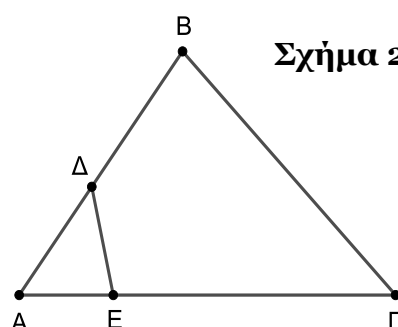


- Έστω τώρα ότι στο αρχικό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 10$, (Σχήμα 2). Να αποδείξετε ότι:

- Το τρίγωνο $AB\Gamma$ δεν είναι ορθογώνιο.
- $\Delta E = \frac{10}{3}$.



Σχήμα 1



Σχήμα 2