

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μονοτονία - Ακρότατα- Συμμετρίες

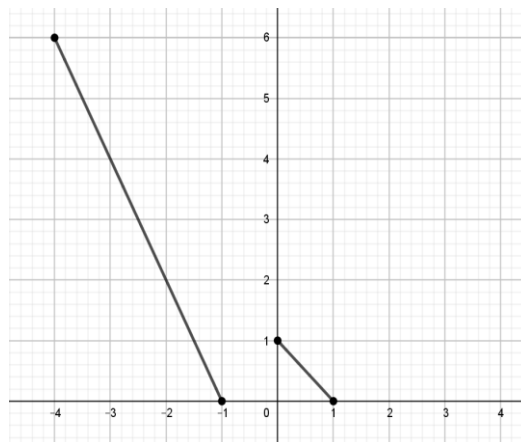
ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4, 4]$.

α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f .

β) Να βρείτε

- τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.



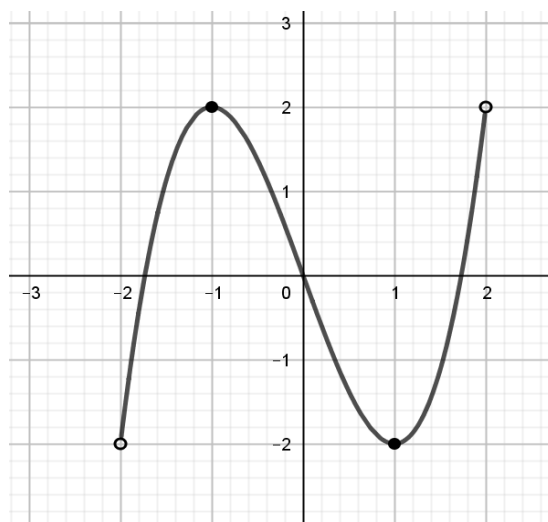
ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(-2, 2)$.

α) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα.

γ) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.



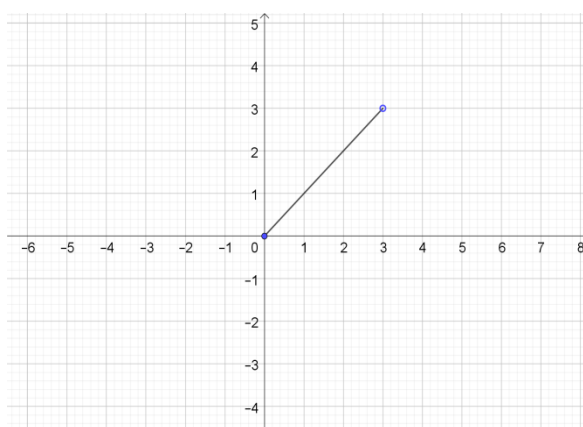
ΑΣΚΗΣΗ 3

Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 3)$ είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(2, 2)$.

α) Να βρείτε την τιμή του α .

β) Να βρείτε το $f(-2)$.

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 3]$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μονοτονία - Ακρότατα- Συμμετρίες

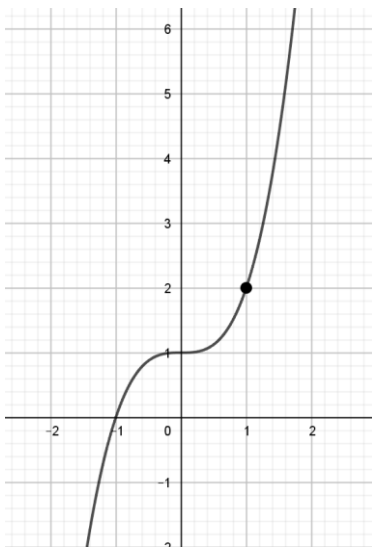
ΑΣΚΗΣΗ 4

Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.

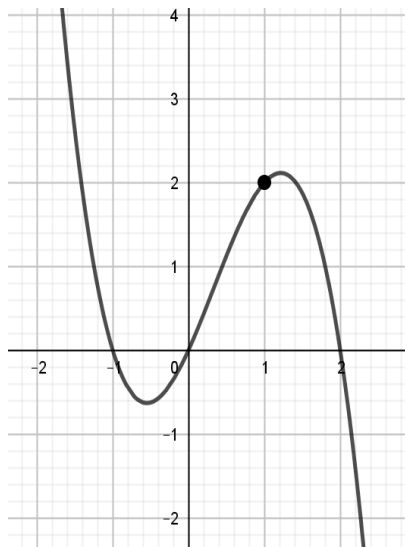
α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,9)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

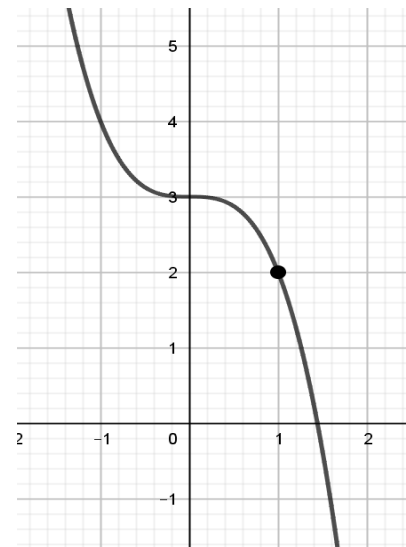
i.



ii.



iii.



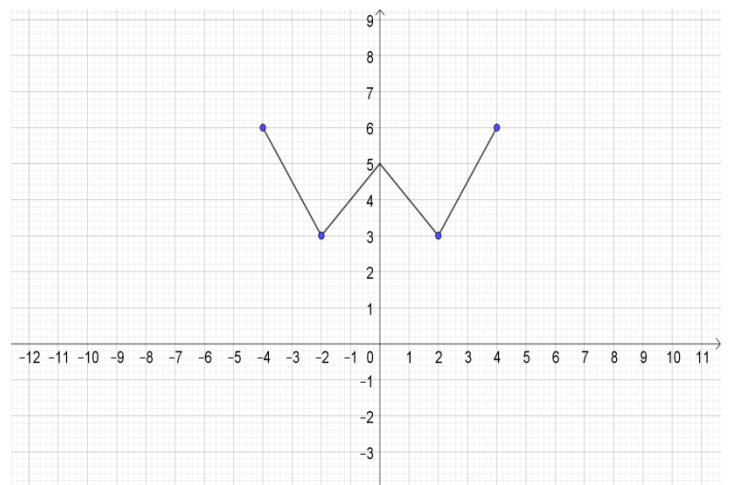
ΑΣΚΗΣΗ 5

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[-4,4]$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια.

β) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f καθώς και για ποιες τιμές του x τις παρουσιάζει.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μονοτονία - Ακρότατα- Συμμετρίες

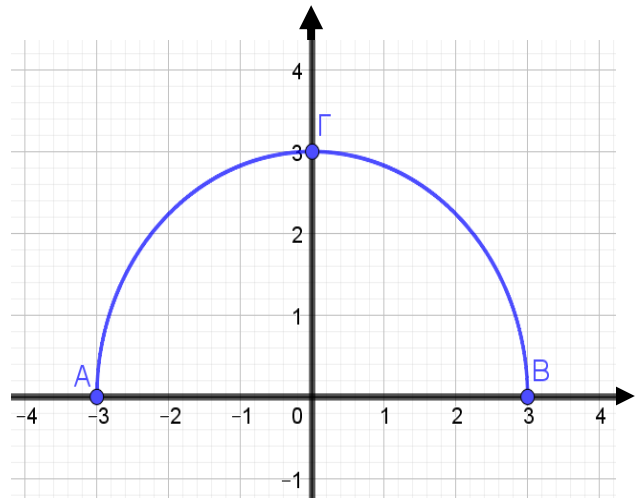
ΑΣΚΗΣΗ 6

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

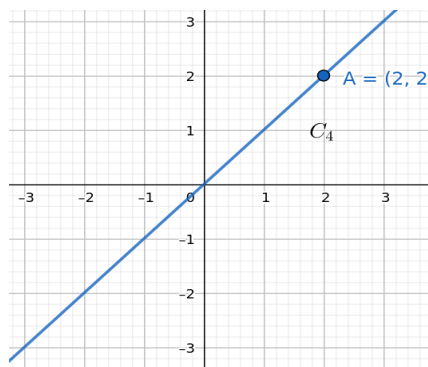
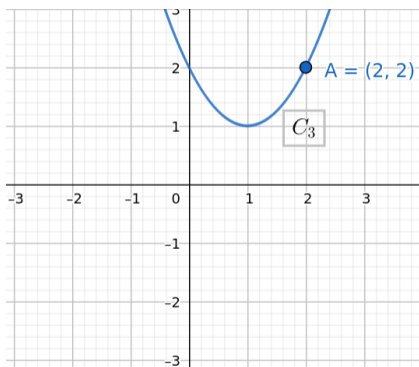
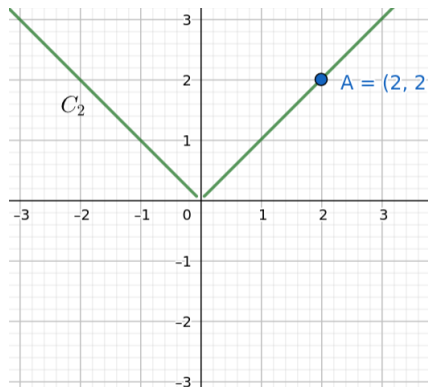
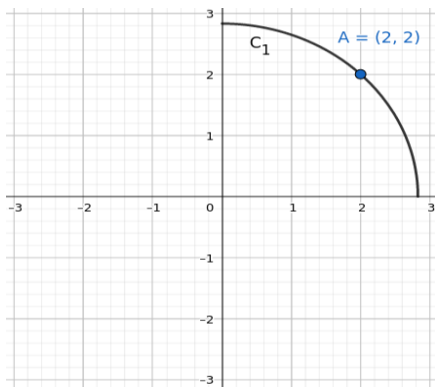
β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.

γ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της f και τις θέσεις των ακροτάτων.



ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνονται τα παρακάτω σχήματα:



α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3, C_4 αναπαριστούν άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μία είναι άρτια και τουλάχιστον μία είναι περιττή.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μονοτονία - Ακρότατα- Συμμετρίες

β) Για τις συναρτήσεις C_2, C_4 να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους $B(-2, k)$, αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμίας συνάρτησης.

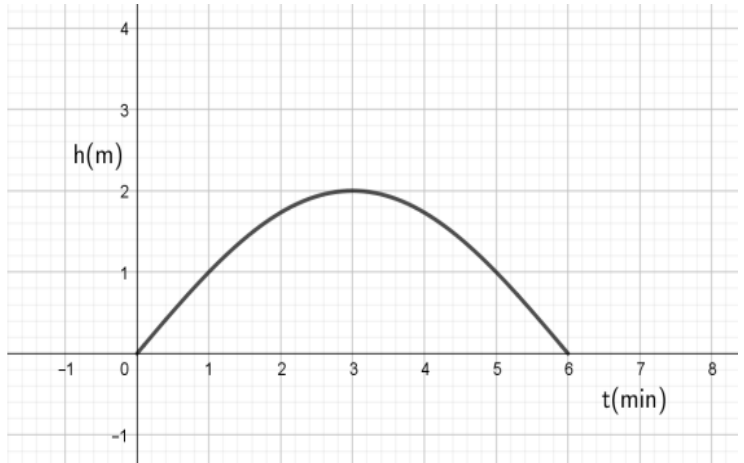
ΑΣΚΗΣΗ 8

Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος h του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή t . Να βρείτε:

α) Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει $1m$ από το έδαφος.

β) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει.

γ) Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος.



ΑΣΚΗΣΗ 9

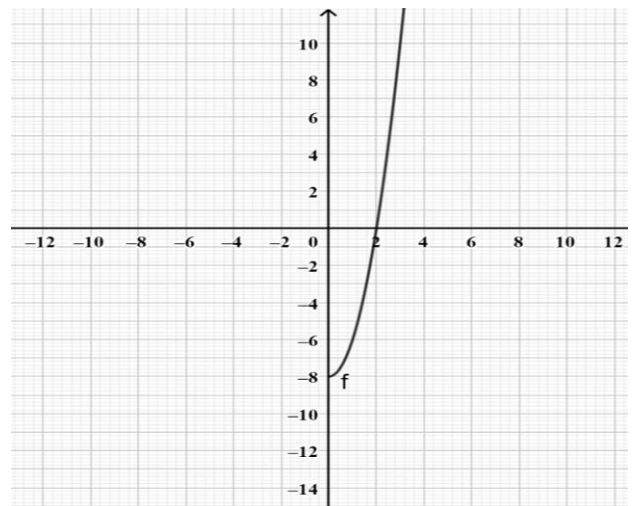
Στο παραπάνω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

α) Να μεταφέρεται το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να βρείτε:

i. Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f .

ii. Το είδος του ακροτάτου και τη θέση που το παρουσιάζει.

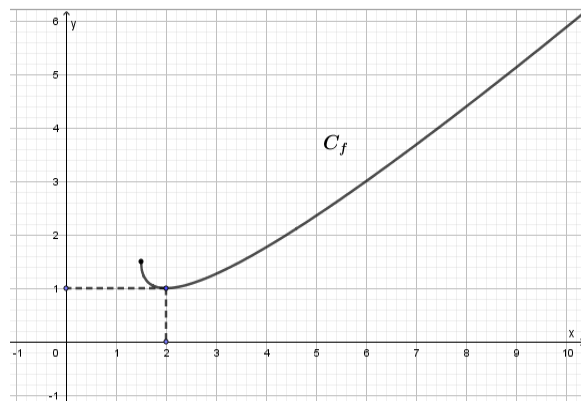


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μονοτονία - Ακρότατα- Συμμετρίες

ΑΣΚΗΣΗ 10

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - \sqrt{2x-3}$, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

β) Να προσδιορίσετε το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης, καθώς και τη θέση αυτού.

γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι

- I. γνησίως φθίνουσα
- II. γνησίως αύξουσα (Μονάδες 5)

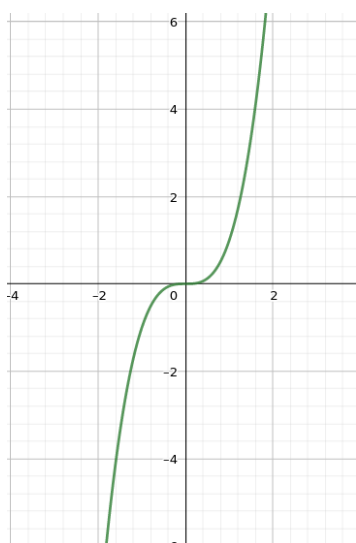
ΑΣΚΗΣΗ 11

Δίνεται το σημείο $A(-2,8)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας περιττής και γνησίως μονότονης συνάρτησης f .

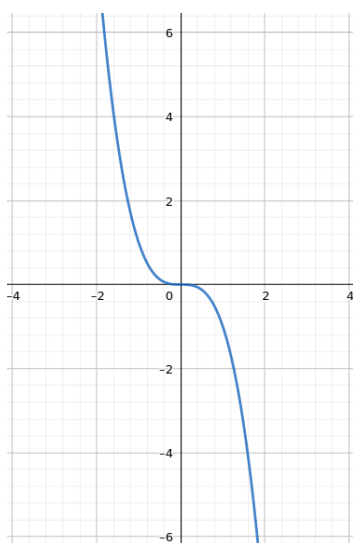
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός ακόμα σημείου, το οποίο να ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

β) Να βρείτε αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.

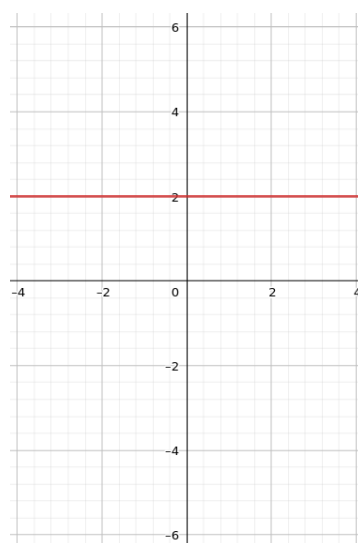
γ) Αν μία από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση f να αιτιολογήσετε ποια μπορεί να είναι:



Γραφική παράσταση (α)



Γραφική παράσταση (β)



Γραφική παράσταση (γ)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μονοτονία - Ακρότατα- Συμμετρίες

ΑΣΚΗΣΗ 12

Δίνεται μία συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$.

Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

α) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι άρτια .

β) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι περιττή.

γ) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα.

ΑΣΚΗΣΗ 13

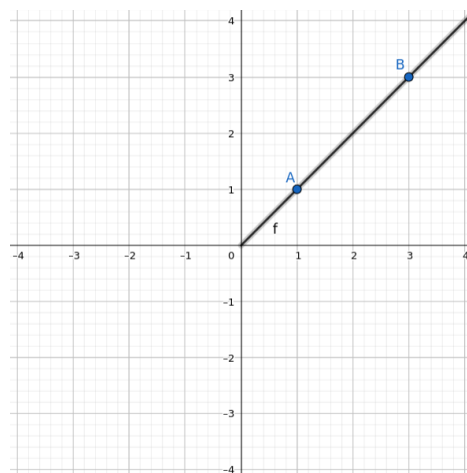
Δίνονται τα σημεία του επιπέδου $A(1,1), B(3,3)$.

α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε και ποιες δε θα μπορούσε να έχει μία συνάρτηση f , που ορίζεται σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα A και B.

i) είναι σταθερή συνάρτηση

ii) είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση

β) Να συμπληρώσετε την παρακάτω γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f , η οποία διέρχεται από τα A,B και είναι περιττή.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μονοτονία - Ακρότατα- Συμμετρίες

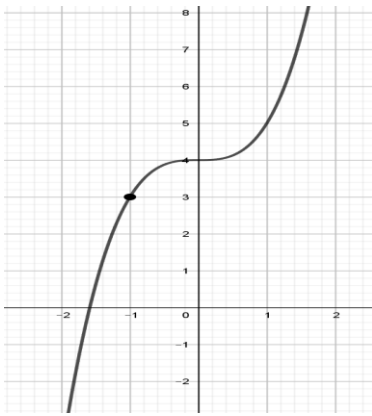
ΑΣΚΗΣΗ 14

Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1,3)$.

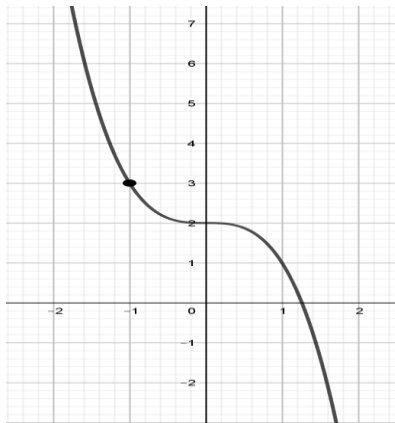
α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,5)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

i.



ii.



iii.

