

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 1

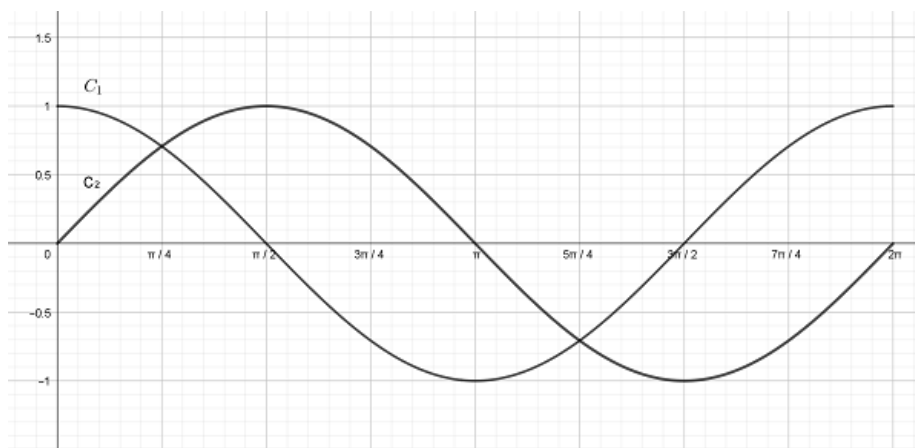
Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2} \cdot \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) i. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης.
 ii. Να βρείτε την μέγιστη και ελάχιστη τιμή της.
 β) Να υπολογίσετε τον αριθμό $f(2025\pi)$.



ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων έχουμε σχεδιάσει δύο γραφικές παραστάσεις C_1 και C_2 για $x \in [0, 2\pi]$.



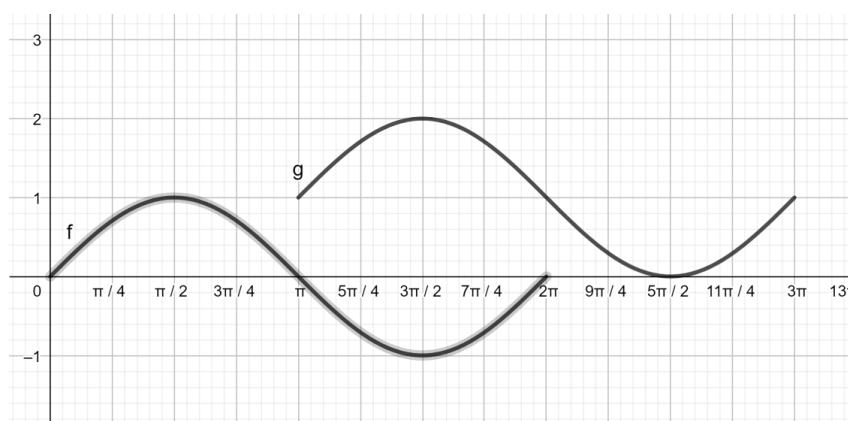
α) Αν οι γραφικές παραστάσεις είναι των συναρτήσεων $f(x) = \sin x$

και $g(x) = \eta \mu x$ για $x \in [0, 2\pi]$, ποια από τις C_1 , C_2 είναι η γραφική παράσταση της $f(x) = \sin x$ και ποια της $g(x) = \eta \mu x$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Με την βοήθεια του σχήματος να λύσετε την εξίσωση $\eta \mu x = \sin x$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \eta \mu x$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης g που προέκυψε από την f με δύο διαδοχικές μετατοπίσεις. Με την βοήθεια του σχήματος να βρείτε:



- α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g , την μέγιστη τιμή της και σε ποια θέση την αποκτά.
 β) i. τις δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της f από τις οποίες προέκυψε η g .
 ii. τον τύπο της g .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

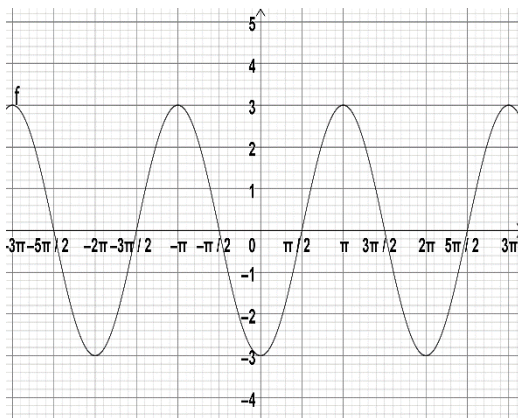
Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 4

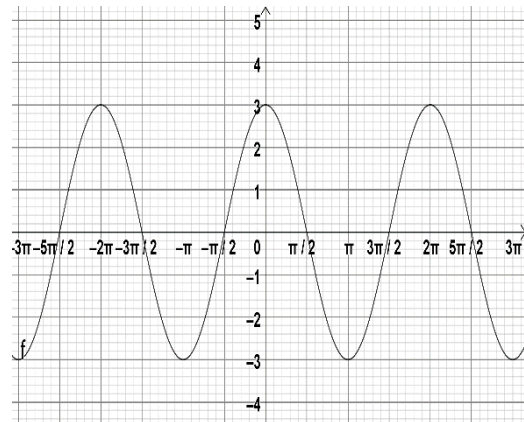
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .
 β) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .
 γ) Από τις παρακάτω τέσσερις γραφικές παραστάσεις μία μόνο αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της f , να επιλέξετε αυτή που αντιστοιχεί στη συνάρτηση $f(x) = -3\sin x$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

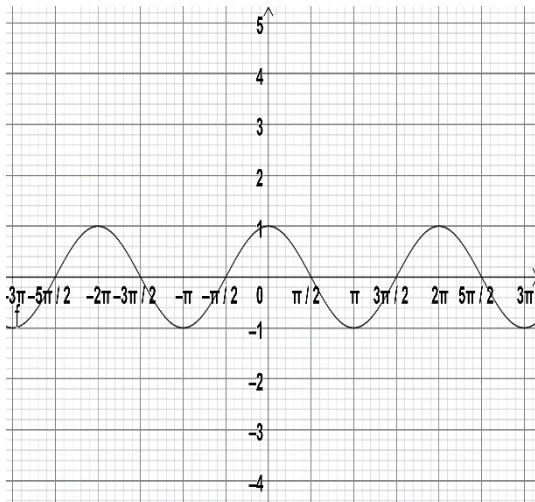
A)



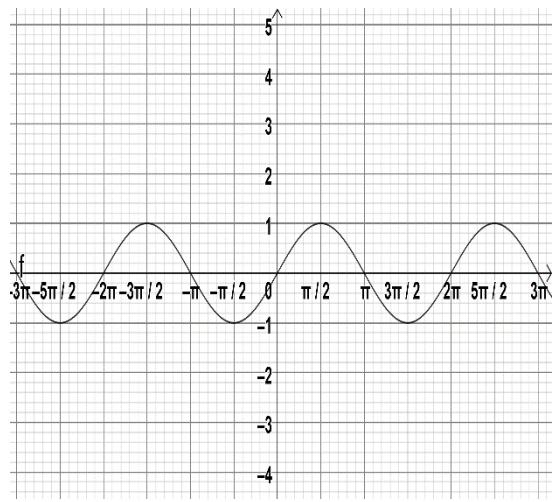
B)



Γ)



Δ)



ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις****ΑΣΚΗΣΗ 5**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την περίοδο καθώς και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της f .

β) i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$f(x) = \eta\mu 2x$					

ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα μίας περιόδου.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \sigma\upsilon\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την περίοδο καθώς και τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της g .

β) i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$g(x) = \sigma\upsilon\nu 2x$					

ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της g σε διάστημα μίας περιόδου.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 4\eta\mu(11\pi - x), \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να δείξετε ότι:

i. $\eta\mu(11\pi - x) = \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$.

ii. $f(x) = 4\eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$.

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 4\eta\mu x$, όταν $x \in [0, 2\pi]$.

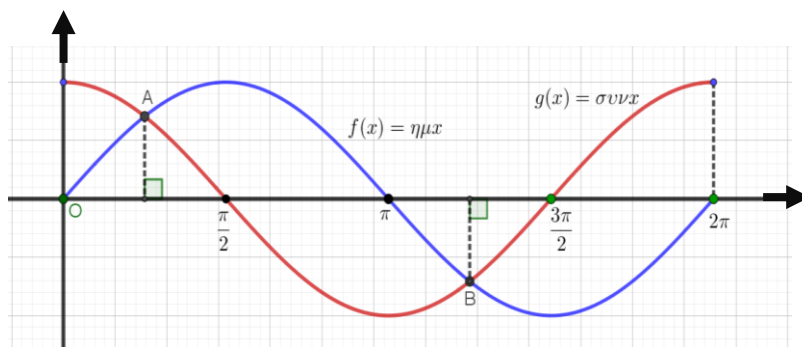


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 8

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \eta\mu x$ και $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $x \in [0, 2\pi]$.



α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B.

β) Να βρείτε την μονοτονία της συνάρτησης $g(x)$ στο $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ και την μονοτονία της συνάρτησης $f(x)$ στο $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$.

γ) Με την βοήθεια του ερωτήματος β) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε, να συγκρίνετε, με δικαιολόγηση, τους αριθμούς:

i. $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ και $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

ii. $\eta\mu\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ και $\eta\mu\left(\frac{11\pi}{6}\right)$.



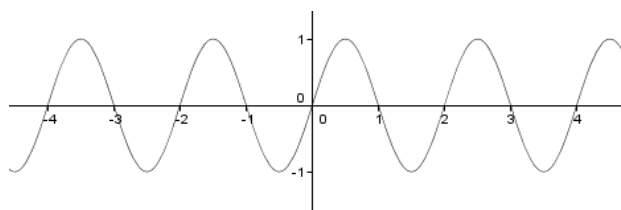
ΑΣΚΗΣΗ 9

Δίδεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \eta\mu(2\pi x)$.

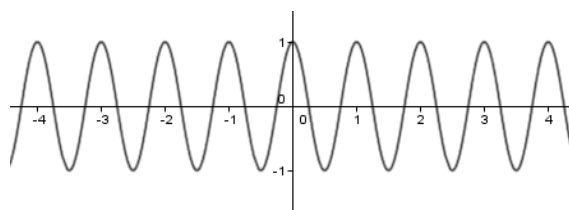
α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι περιοδική με περίοδο $T = 1$.

β) Να υπολογίσετε το $f(0)$ και το $f(\frac{1}{4})$.

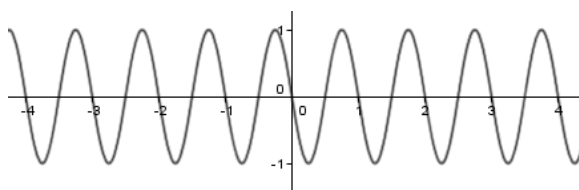
γ) Μία από τις παρακάτω τέσσερις καμπύλες αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . Ποια είναι αυτή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



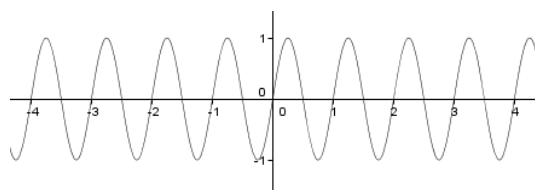
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

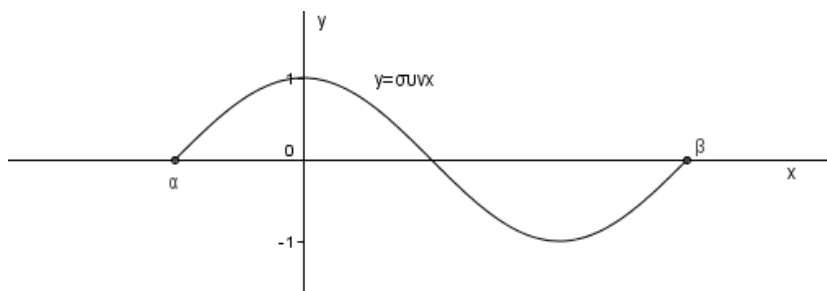
Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 10

Στο σχήμα φαίνεται απόσπασμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\sin x$.

α) Να βρείτε τα α και β .

β) Προς ποια κατεύθυνση και κατά πόσο πρέπει να μετατοπιστεί η παραπάνω καμπύλη ώστε να συμπίσει με τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $\eta\mu x$;



ΑΣΚΗΣΗ 11

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης f ;

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

ΑΣΚΗΣΗ 12

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -3\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε την περίοδο, τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f σε διάστημα μιας περιόδου.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$					
$\sin 2x$					
$f(x) = -3\sin 2x$					

ΑΣΚΗΣΗ 13

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\eta\mu(180^\circ - 20^\circ) \cdot \sin(-3x)}{\sin(90^\circ - 20^\circ)}$.

α) Να δείξετε ότι $A = \sin 3x$.

β) Να βρείτε την μέγιστη τιμή και την περίοδο της συνάρτησης $f(x) = \sin 3x$.

