

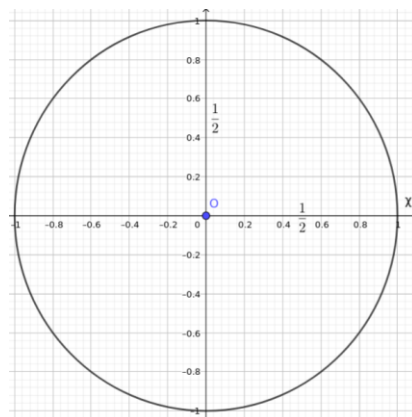
ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις****ΑΣΚΗΣΗ 1**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sin x, x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.
- β) Να βρείτε δυο κοινά σημεία της γραφικής παράστασης C_f της f με την ευθεία $y = 1$.
- γ) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ και $f\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.
- δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση, στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

- α) Στον τριγωνομετρικό κύκλο να σημειώσετε τις τελικές πλευρές δύο γωνιών που ανήκουν στο διάστημα $[0, 2\pi)$, με αρχική πλευρά την ημιευθεία Ox , οι οποίες να έχουν ημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$ και άλλες δύο οι οποίες να έχουν συνημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$.



- β) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x = \frac{1}{2}$ για $x \in \mathbb{R}$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 + 2\eta\mu\left(\frac{\pi x}{2}\right), x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .
- β) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .
- γ) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα xx' .

**ΑΣΚΗΣΗ 4**

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = 2\sin(13\pi + x) - 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

- 1) Να δείξετε ότι: $\sin(13\pi + x) = -\sin x$.
- 2) Να δείξετε ότι: $f(x) = -4\sin x$.
- 3) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = -2$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) i. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .
ii. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$ στο $\mathbb{R}$.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Πόσες και ποιες λύσεις έχει η εξίσωση $\eta \mu x = \alpha$ στο διάστημα $[-2\pi, 2\pi]$ όταν:

- α) $\alpha = 1$.
β) $\alpha = -2$.

Να αιτιολογήσετε γραφικά, ή όπως αλλιώς θέλετε, την απάντησή σας σε κάθε ένα από τα παραπάνω ερωτήματα.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, $g(x) = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.

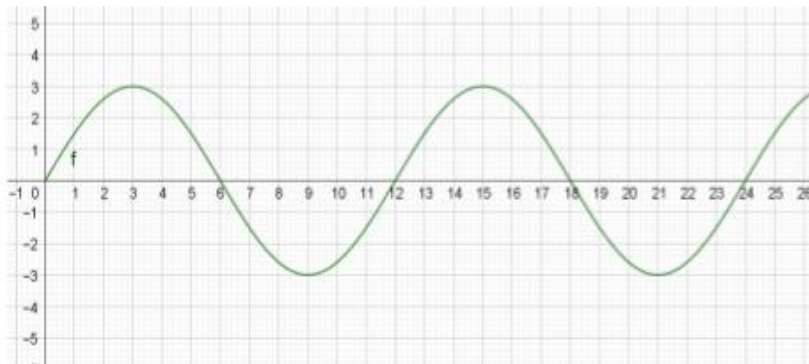
- α) Να περιγράψετε με ποιο τρόπο από τη γραφική παράσταση της g προκύπτει η γραφική παράσταση της f .
β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
γ) Να βρείτε τις τιμές $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$, $f(\pi)$.
δ) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{2}f(x) + 1 = 0$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Βασικές τριγωνομετρικές εξισώσεις****ΑΣΚΗΣΗ 8**

Σε μια θαλάσσια περιοχή, λόγω της παλίρροιας, η στάθμη των υδάτων αυξομειώνεται. Στο

παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ημιτονοειδούς συνάρτησης f ,



που δίνει σε μέτρα το ύψος της στάθμης των υδάτων συναρτήσει του χρόνου t σε ώρες. Να βρείτε :

- α) την υψομετρική διαφορά ανάμεσα στην υψηλότερη στάθμη (πλημμυρίδα) και τη χαμηλότερη στάθμη (άμπωτη).
- β) την περίοδο του φαινομένου της παλίρροιας.
- γ) τον τύπο της συνάρτησης f .
- δ) ποιες ώρες, στη διάρκεια μιας ημέρας, η στάθμη των υδάτων είναι $\frac{3}{2}$ μέτρα.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x + 1, x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .
- β) Για ποια τιμή του $x \in [0, 2\pi]$ η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή;

ΑΣΚΗΣΗ 10

Δίνεται γωνία ω , με $0 \leq \omega < 2\pi$ που ικανοποιεί τις σχέσεις: $\sin \omega = -\frac{1}{2}$ και $\eta\mu \omega > 0$.

- α) Να σχεδιάσετε τη γωνία ω πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο και να βρείτε το μέτρο της.
- β) Να βρείτε όλες τις γωνίες φ με $\varphi \in \mathbb{R}$, που ικανοποιούν τη σχέση $\sin \varphi = -\frac{1}{2}$.

