

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**Εξισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές****ΑΣΚΗΣΗ 1**

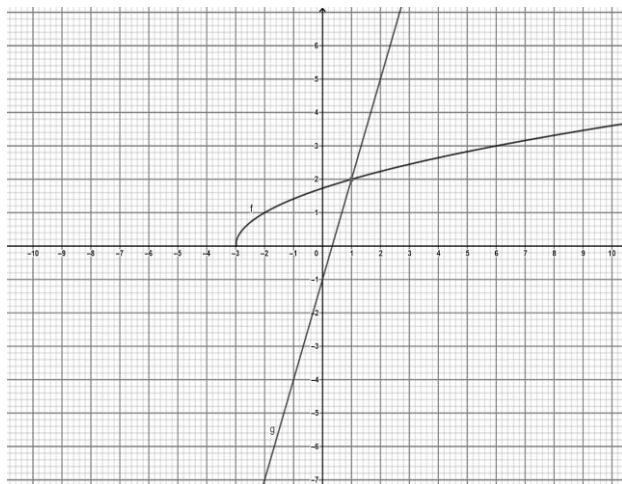
Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \sqrt{x+3}$ και $g(x) = 3x - 1$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τη μονοτονία των συναρτήσεων f, g

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

γ) i. Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $f(x) < g(x)$.

ii. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το αποτέλεσμα του i ερωτήματος.

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

Δίνεται η εξίσωση $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2} = a, a \in \mathbb{R}$. (1)

α) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ορίζεται η εξίσωση (1).

β) Να λύσετε την εξίσωση (1) για $a = 0$.

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}$ είναι άρτια.

δ) Να αποδείξετε ότι για $a = 2\sqrt{2}$ η εξίσωση (1) έχει μοναδική ρίζα.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - \beta x + 3, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό 2, και επιπλέον $P(1) = 0$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = -3$ και $\beta = \frac{21}{2}$.

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(\sin x) = 0$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Εξισώσεις που ανάγονται σε πολυωνμικές

ΑΣΚΗΣΗ 4

Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

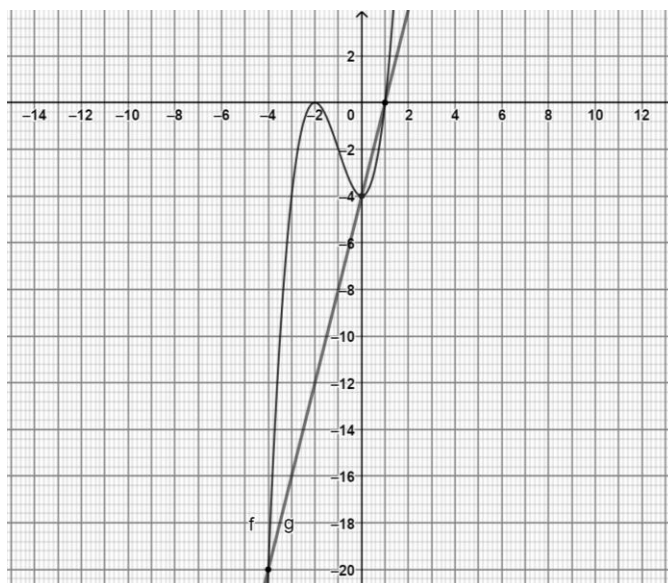
$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ και $g(x) = 4x - 4$ με $x \in \mathbb{R}$.

α) Από τη γραφική παράσταση της f , να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της.

β) Να λύσετε γραφικά και αλγεβρικά την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

γ) Να βρείτε αλγεβρικά τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση

της συνάρτησης g είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f



ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + 6x^2 - 7$.

α) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $x-1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$.

β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο $P(x)$ σε πολυώνυμα πρώτου ή δευτέρου βαθμού.

γ) i. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

ii. Αν οι αριθμοί -1 και 1 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $P(x)=0$, να λύσετε την εξίσωση $(2\eta\mu x - 1)^4 + 6(2\eta\mu x - 1)^2 - 7 = 0$, για $x \in \mathbb{R}$.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 + 2x + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν $P(1) = 2$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x)$: $(x - 2)$ ισούται με 15,

α) Να δείξετε ότι $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$.

β) i. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $\pi(x) = x^2 + 1$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

ii. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $\sin^3 x + \sin x = 1 - \frac{1}{2}\eta\mu^2 x$, $x \in (0, 2\pi)$.