

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

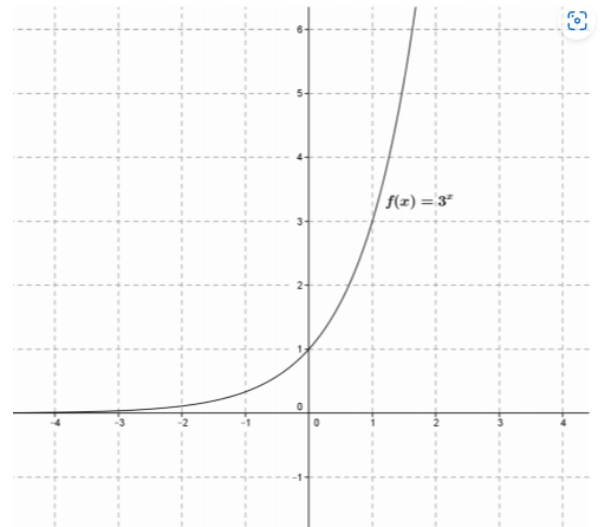
Εκθετική Συνάρτηση

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3^x$ με $x \in \mathbb{R}$.

α) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = 3^x + 1$ και $h(x) = 3^x - 1$, μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f

β) Ποια είναι η ασύμπτωτη ευθεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g και ποια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h ;

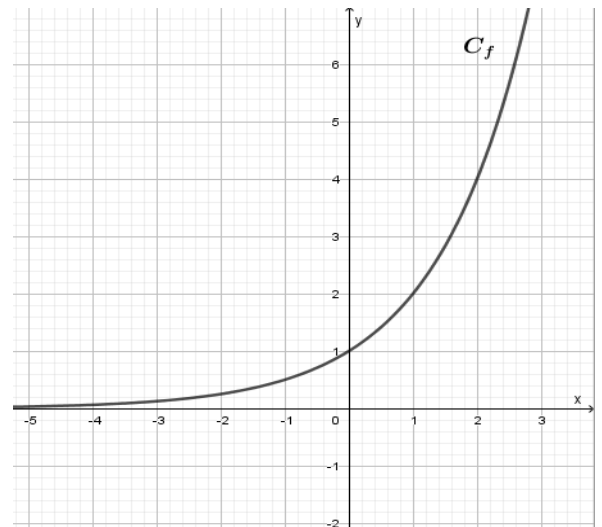


ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2^x$, $x \in \mathbb{R}$. **α)** Να λύσετε την εξίσωση $2^x - 1 = 0$.

β) i. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = 2^x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.

ii. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της g με τους άξονες συντεταγμένων.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Εκθετική Συνάρτηση

ΑΣΚΗΣΗ 3

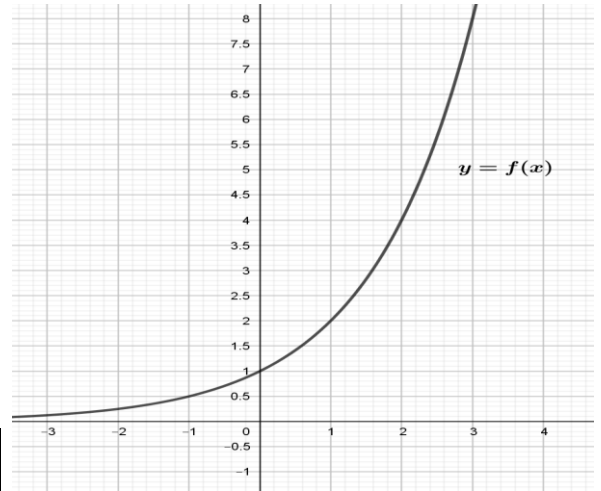
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας εκθετικής συνάρτησης f , με πεδίο ορισμού το σύνολο $\mathbb{R}$.

α) i. Με βάση την γραφική της παράσταση, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης f .

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$					

ii. Να βρείτε τον τύπο της εκθετικής συνάρτησης f .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 32$.



ΑΣΚΗΣΗ 4

Δίνεται το σημείο $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f .

α) Αν η συνάρτηση f είναι η εκθετική συνάρτηση a^x , $0 < a < 1$, να βρείτε το a .

β) Για $a = \frac{1}{2}$,

i) να βρείτε τη μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = a^x$.

ii) να συγκρίνετε τους αριθμούς $a^{\sqrt{2}}$, $a^{\sqrt{3}}$.

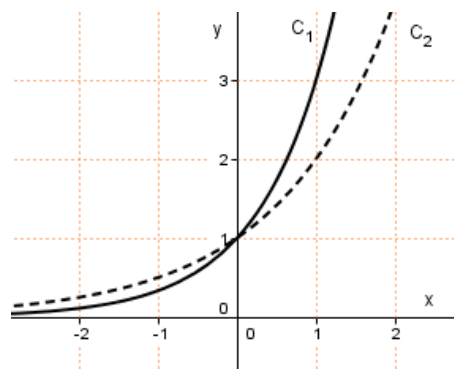


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

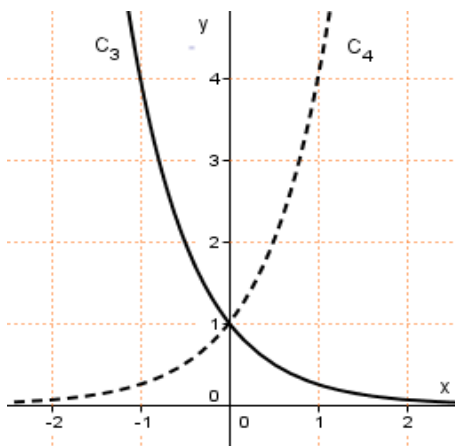
Εκθετική Συνάρτηση

ΑΣΚΗΣΗ 5

α) Ποια από τις δύο καμπύλες C_1 (συνεχής γραμμή) και C_2 (διακεκομμένη γραμμή) είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2^x$ και ποια της συνάρτησης $g(x) = 3^x$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

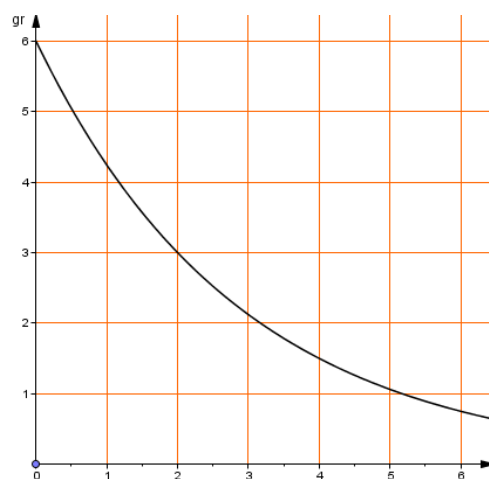


β) Ποια από τις δύο καμπύλες C_3 (συνεχής γραμμή) και C_4 (διακεκομμένη γραμμή) είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\varphi(x) = 4^x$ και ποια της συνάρτησης $\psi(x) = 4^{-x}$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



ΑΣΚΗΣΗ 6

Η καμπύλη που φαίνεται στο παρακάτω σύστημα αξόνων δείχνει την εκθετική απόσβεση ενός ραδιενεργού υλικού σε συνάρτηση με το χρόνο. Ειδικότερα, ο οριζόντιος άξονας δηλώνει τον χρόνο t σε ημέρες (π.χ. η 1^η ημέρα αντιστοιχεί στο χρονικό διάστημα από $t = 0$ μέχρι $t = 1$, η 2^η ημέρα στο χρονικό διάστημα από $t = 1$ μέχρι $t = 2$ κ.λπ.) και ο κατακόρυφος άξονας δηλώνει την ποσότητα του υλικού σε γραμμάρια (gr).



α) Πόσα γραμμάρια ήταν η αρχική ($t = 0$) ποσότητα του ραδιενεργού υλικού;

β) Πόση είναι η ημιζωή (ή χρόνος υποδιπλασιασμού) του ραδιενεργού υλικού;

γ) Κατά τη διάρκεια ποιάς ημέρας θα έχει απομείνει ποσότητα ραδιενεργού υλικού μικρότερη από 1gr; Σε όλα τα ερωτήματα, να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

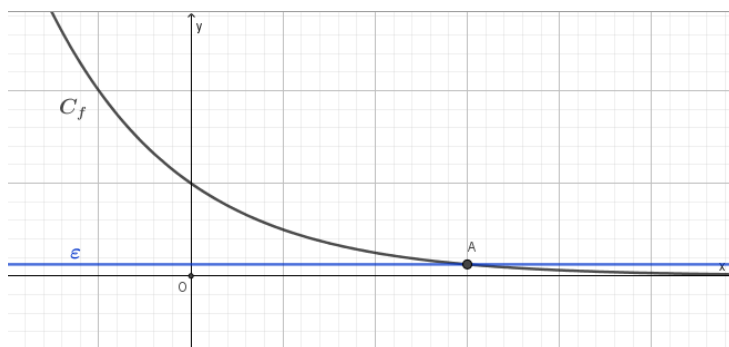
Εκθετική Συνάρτηση

ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

α) Να λύσετε την εξίσωση $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8}$.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της f και της ευθείας $\varepsilon: y = \frac{1}{8}$.



β) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με την ευθεία ε .

γ) Να βρείτε για ποιές τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται κάτω από την ευθεία ε .

ΑΣΚΗΣΗ 8

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot 2^x + \beta$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Η γραφική παράσταση της

συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(2,13)$.

α) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β .

Αν $\alpha = 5$ και $\beta = -7$,

β) Να βρείτε το κοινό σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα $y'y$.

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

δ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 4^x - 3$.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπους $f(x) = 4^x$ και $g(x) = 2^x - \frac{1}{4}$.

α) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g έχουν ακριβώς ένα κοινό σημείο A , του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της g , με εξαίρεση το σημείο A .

γ) Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις f και g στο ίδιο σύστημα αξόνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Εκθετική Συνάρτηση

ΑΣΚΗΣΗ 10

α) Να λυθεί η ανίσωση $\frac{x-2}{x+1} > 0$.

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\alpha-2}{\alpha+1}\right)^x$, με $x \in \mathbb{R}$.

- i.** Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f είναι καλώς ορισμένη.
- ii.** Για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα;
- iii.** Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν τιμές του πραγματικού αριθμού α για τις οποίες η συνάρτηση f είναι σταθερή.

ΑΣΚΗΣΗ 11

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \left(\frac{2-\lambda}{4}\right)^x$.

α) Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις οποίες η f είναι εκθετική συνάρτηση.

β) Για ποιες τιμές του λ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα;

γ) Για $\lambda = 0$

- i.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
- ii.** Να λύσετε την εξίσωση $f(x) + f(x+1) = 6$.

