

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Λογαριθμική Συνάρτηση

**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Δίνεται η εξίσωση  $\log(x^2 + 1) = 1 + \log 3 - \log 6$ .

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση γράφεται  $\log(x^2 + 1) = \log 5$ .

β) Να λύσετε την εξίσωση.

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(e^x - 1)$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$ .

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $xx'$ .

δ) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  η γραφική παράσταση της  $f$  είναι κάτω από τον  $xx'$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 3**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x + 2)$ .

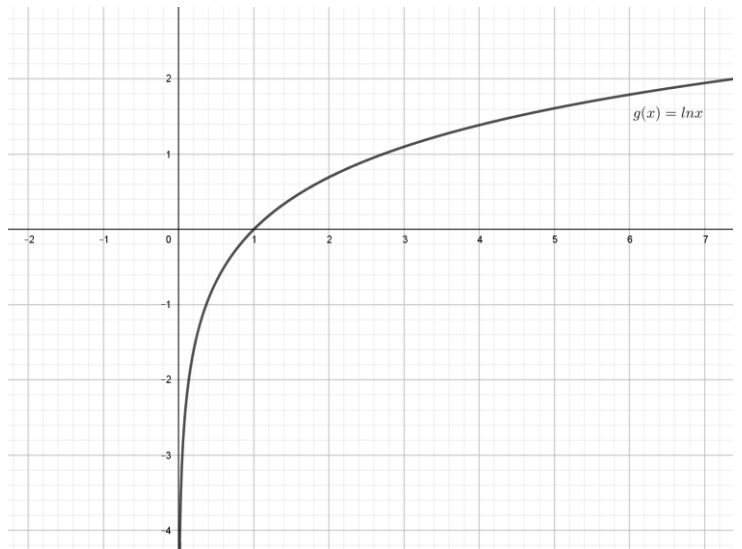
α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

β) Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $x'x$ .

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = \ln x$ .

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να χαράξετε τη γραφική παράσταση της  $f(x) = \ln(x + 2)$

μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της  $g$ .



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Λογαριθμική Συνάρτηση

**ΑΣΚΗΣΗ 4**

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 2 \log 6 - \log 12 \quad \text{και} \quad B = \log 5 + \log 2$$

α) Να αποδείξετε ότι  $A = \log 3$  και  $B = 1$ .

β) Να αποδείξετε ότι  $A < B$ .

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $\log x < 1$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 5**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln(x^2 + 4)$  και  $g(x) = \ln x + \ln 4$ .

α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = g(x)$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 6**

α) Να λύσετε την εξίσωση:  $\ln(x + 1) = \ln(2x)$ .

β) Να λύσετε την ανίσωση:  $\ln(x + 1) > \ln(2x)$

**ΑΣΚΗΣΗ 7**

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $x$  για τις οποίες ορίζεται η παράσταση

$$A = \ln x + \ln(x + 6).$$

β) Να λύσετε την εξίσωση  $\ln x + \ln(x + 6) = \ln 7$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 8** Δίνεται η εξίσωση  $\log(x^2 + 1) = 1 - \log 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $1 - \log 2 = \log 5$ .

β) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

**ΑΣΚΗΣΗ 9**

Δίνεται η παράσταση  $A = 2 \log 5 + 3 \log 2 - \log 20$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $A = 1$ .

β) Να λυθεί η εξίσωση  $\ln(e^x - 1) = A$ .



**ΑΣΚΗΣΕΙΣ****Λογαριθμική Συνάρτηση****ΑΣΚΗΣΗ 10**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$ .

- α) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .
- β) Να λύσετε την εξίσωση  $\ln^3 x - \ln^2 x - 2\ln x = 0$ .
- γ) Να λύσετε την ανίσωση  $\ln^3 x - \ln^2 x - 2\ln x > 0$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 11**

Δίνεται η παράσταση  $A = \ln\left(\frac{e^{2x} - 1}{e^x - 3}\right)$ .

- α) Να λύσετε την ανίσωση  $\frac{\omega^2 - 1}{\omega - 3} > 0$ .
- β) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ .
- γ) Να λύσετε την εξίσωση  $A = -\ln 3$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 12**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{2}\ln x^2$ ,  $x \neq 0$ .

- α) Να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς τον άξονα  $y'y$ .
- β) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x > 0$  ισχύει  $f(x) = \ln x$ .
- γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f(x) = \frac{1}{2}\ln x^2$ ,  $x \neq 0$ .
- δ) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  η γραφική της παράσταση είναι κάτω από την ευθεία  $y = 2$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 13**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \log \frac{4^x - 1}{2^x + 5}$ .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \log 3 - \log 7$ .
- γ) Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) > \log 3 - \log 7$ .



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Λογαριθμική Συνάρτηση

**ΑΣΚΗΣΗ 14**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(e^x - 2)$ .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .
- β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) + x = 3 \ln 2$ .
- γ) Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) + x \geq 3 \ln 2$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 15**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ . Να αποδείξετε ότι

- α) το  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x - 1$  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης  $P(x)$ :  $(x - 1)$ .
- β)  $P(x) < 0$  για κάθε  $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 2)$ .
- γ)  $1 < \log_2 0 < 2$ .
- δ)  $P(\log_2 0) < 0$ .

