

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

1. Αν $A(x,y)$, τότε $d(A,xx')=.....$, $d(A,yy')=.....$, $\overrightarrow{OA}=(....., ...$
2. Αν $\vec{\alpha} = x\vec{i} + y\vec{j}$, τότε $\vec{\alpha}=(....., ...$ και τα διανύσματα $x\vec{i}, y\vec{j}$ λέγονται του $\vec{\alpha}$.
3. Αν $\vec{\alpha}=(x_1, y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2, y_2)$ τότε
 - 1) $\vec{\alpha}=\vec{\beta} \Leftrightarrow$
 - 2) $\vec{\alpha}=\vec{0} \Leftrightarrow$, $\vec{\alpha} \neq \vec{0} \Leftrightarrow$
 - 3) αν $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ ισχύει $\vec{\alpha} // xx' \Leftrightarrow$ ενώ $\vec{\alpha} // yy' \Leftrightarrow$
4. Αν $\vec{\alpha}=(x_1, y_1)$ και $\vec{\beta}=(x_2, y_2)$ τότε
 - 1) $\vec{\alpha}+\vec{\beta}=(....., ...$
 - 2) $\lambda \cdot \vec{\alpha}=(....., ...$
 - 3) $\lambda \cdot \vec{\alpha} + \mu \vec{\beta}=(....., ...$
5. Αν $M(x,y)$ μέσο του AB με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε $x = ... και y = ...$
6. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε $\overrightarrow{AB}=(....., ...$ και $|\overrightarrow{AB}| = ...$
7. Αν $\vec{\alpha}=(x_1, y_1)$ τότε $|\vec{\alpha}| = ...$
8. Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta})=0 \Leftrightarrow$
9. Αν ω είναι η γωνία που σχηματίζει ένα διάνυσμα $\vec{\alpha}$ με τον άξονα xx' , τότε $..... \leq \omega \leq$
10. Αν $\vec{\alpha}$ διάνυσμα παράλληλο στον xx' τότε $\lambda_{\vec{\alpha}} = ...$
11. Αν $\vec{\alpha}$ διάνυσμα παράλληλο στον yy' τότε $\lambda_{\vec{\alpha}} = ...$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό(Σ) ή Λάθος(Λ)

1. Αν δύο διανύσματα είναι ίσα, τότε έχουν σίγουρα ίδιες συντεταγμένες.

2. Αν $\vec{\alpha} = (-x, y)$ τότε $|\vec{a}| = \sqrt{-x^2 + y^2}$.

3. Αν $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι παράλληλα, τότε η ορίζουσα των συντεταγμένων τους είναι 0.

4. Τα σημεία A,B,Γ είναι συνευθειακά όταν $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BG}) \neq 0$.

5. Αν $A(x,y)$ τότε $d(A,xx') = |x|$.

6. Αν $\overrightarrow{OA} = (x,y)$, τότε $A(x,y)$.

7. Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$ τότε $\vec{\alpha} // xx' \Leftrightarrow x = 0$.

8. Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$ τότε $\vec{\alpha} // yy' \Leftrightarrow x = 0$.

9. Η κλίση ενός διανύσματος $\vec{\alpha} = (x, y)$, $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ είναι ίση με το λόγο $\frac{x}{y}$.

10. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (0,1)$ συμβολίζεται με $\vec{j}$.

11. Αν $\lambda_{\vec{\alpha}} = \frac{1}{2}$, τότε $\vec{\alpha} = (2,1)$.

12. Αν M(x,y) μέσο του AB με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε $2x = x_1 + x_2$, και $2y = y_1 + y_2$.

13. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε $\overrightarrow{AB} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$.

14. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε $(AB) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ****ΑΣΚΗΣΗ 1**

Έστω Oxy σύστημα συντεταγμένων και $A(-1,2)$ και $\vec{OB} = (3,1)$.

- 1) Να βρείτε τις αποστάσεις του σημείου A από τους άξονες.
- 2) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος θέσης του A ως προς το σημείο O και τις συντεταγμένες του B .
- 3) Να βρείτε τις συντεταγμένες το διάνυσμα $\vec{v} = 3\vec{OA} - 2\vec{OB}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 3\lambda + 2, \lambda^2 - 7\lambda + 10)$ $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες ισχύει:

- 1) $\vec{\alpha} = \vec{0}$ και $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$.
- 2) το $\vec{\alpha}$ να είναι το μηδενικό διάνυσμα.
- 3) $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} // yy'$ και $\vec{\alpha} // xx'$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Αν $\vec{\alpha} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ και $\vec{\beta} = (3,1)$. Να βρείτε τα διανύσματα:

- 1) $\vec{v} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{u} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta} - \vec{v}$.
- 2) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{x}$, όταν $2(\vec{\alpha} - \vec{x}) - 3\vec{\beta} = \vec{x} - \vec{\alpha}$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Αν $\vec{v} = (\alpha - 1, -2)$ και $\vec{w} = (\beta - 2, \alpha)$ να βρείτε τα α, β ώστε 1) $\vec{v} = \vec{w}$ 2) $3\vec{v} - 2\vec{w} = \vec{0}$.

ΑΣΚΗΣΗ 5

1. Να βρείτε το συμμετρικό του $A(1,-2)$ ως προς το $B(-1,3)$.
2. Αν $A(3,-1)$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου B τέτοιο ώστε τα σημεία A και B να είναι τα άκρα διαμέτρου κύκλου με κέντρο $K(4,1)$.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Έστω το σημείο $A(-1,2)$. Να βρείτε :

- 1) το διάνυσμα $\vec{AB}$, όταν $B(-3,0)$.
- 2) το Γ , όταν $\vec{A\Gamma} = (-3,-5)$
- 3) το Δ , όταν $2\vec{A\Delta} - 3\vec{\Delta E} = \vec{0}$ και $E(3,-1)$

**ΑΣΚΗΣΗ 7**

Αν $\vec{\alpha} = (-1,2)$ και $\vec{\beta} = (3,1)$, να υπολογίσετε το: 1) $|-2\vec{\alpha}|$ 2) $|3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}|$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Αν $\vec{\alpha} = (\lambda, \lambda + 1)$ να υπολογίσετε τις τιμές του λ ώστε $|-3\vec{\alpha}| = 15$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ****ΑΣΚΗΣΗ 9**

Να βρείτε το μέτρο και τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{a}$, για το οποίο ισχύει :

1. $\vec{a} = (|\vec{a}| - 4, 8)$.

2. $\vec{a} = (0, 3) + |\vec{a}|(1, -1)$, ποια η γωνία που σχηματίζει το $\vec{a}$ με τον $x'x$;

ΑΣΚΗΣΗ 10

Αν $\vec{u} = (1, 2)$ και $\vec{v} = (-1, 0)$, και $\vec{a} = \vec{u} + |\vec{a}|\vec{v}$ να υπολογίσετε το $|\vec{a}|$

ΑΣΚΗΣΗ 11

Να βρείτε ποια από τα παρακάτω διανύσματα είναι ομόρροπα και ποια αντίρροπα.

1) $\vec{u} = (-3, 6)$ και $\vec{v} = (1, -2)$, 2) $\vec{u} = (2, 6)$ και $\vec{v} = (1, 3)$

ΑΣΚΗΣΗ 12

Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε τα διανύσματα $\vec{u} = (\lambda - 1, 1)$ και $\vec{v} = (1, 2\lambda - 1)$ να είναι συγγραμμικά.

ΑΣΚΗΣΗ 13

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3, -1)$, $\vec{\beta} = (-2, 1)$ και $\vec{\gamma} = (12, -5)$.

1) Να αποδείξετε ότι τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δεν είναι συγγραμμικά.

2) Να γράψετε το $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

**ΑΣΚΗΣΗ 14**

Δίνονται τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(0, 1)$, $\Gamma(1, 2)$ και $\Delta(3, 1)$.

1) Να αποδείξετε ότι τα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ δεν είναι συγγραμμικά.

2) Να γράψετε το $\overrightarrow{B\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

ΑΣΚΗΣΗ 15

Να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε τα διανύσματα $\vec{u} = (1, \kappa - 1)$ και $\vec{v} = (\kappa - 1, 9)$ να είναι αντίρροπα.

ΑΣΚΗΣΗ 16

Αν $\vec{u} = (1, 2)$, να βρείτε διάνυσμα που να έχει μέτρο διπλάσιο του $\vec{u}$ και να είναι ομόρροπο του $\vec{u}$.

ΑΣΚΗΣΗ 17

Δίνονται τα σημεία $A(0, 1)$, $B(-2, 0)$ και $\Gamma(1, 3)$.

1) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B , Γ είναι κορυφές τριγώνου.

2) Να βρείτε σημείο Δ , ώστε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ να είναι παραλληλόγραμμο.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 18

Έστω Οxy σύστημα συντεταγμένων και Α (1,3) και Β(5,1). Αν $4\vec{OG} = 2\vec{OA} + \vec{AB}$ και Μ το μέσο του ΑΒ:

- 1) Να βρείτε τις συντεταγμένες των $\vec{OG}$ και $\vec{OM}$.
- 2) Να αποδείξετε ότι τα Ο, Γ, Μ είναι συνευθειακά.
- 3) Να βρείτε το λ , όταν $\vec{OG} = \lambda \vec{GM}$.

ΑΣΚΗΣΗ 19

Αν τα σημεία Α, Β, Γ έχουν διανύσματα θέσεως ως προς το Ο τα $\vec{OA} = (-1,3)$, $\vec{OB} = (3,5)$, $\vec{OG} = (-3,2)$ αντίστοιχα , τότε:

- 1) Να βρείτε τις συντεταγμένες των $\vec{AB}$ και $\vec{AG}$.
- 2) Να αποδείξετε ότι τα Α, Β, Γ είναι συνευθειακά.

ΑΣΚΗΣΗ 20

Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης (αν ορίζεται) του $\vec{AB}$ στις παρακάτω περιπτώσεις:

- 1) Α (-1,3) και Β(2,-3).
- 2) Α (3,1) και Β(-5,1).
- 3) Α (-2,3) και Β(-2,7).

ΑΣΚΗΣΗ 21

Να βρείτε τις γωνίες των διανυσμάτων με τον άξονα x'x στις παρακάτω περιπτώσεις:

- 1) $\vec{\alpha} = (-\sqrt{3}, 1)$
- 2) $\vec{\beta} = (-1, -\sqrt{3})$
- 3) $\vec{\gamma} = (1, -1)$