

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ -ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ

1. ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τέτοια ώστε $|\vec{\alpha}| = 3, |\vec{\beta}| = 4$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$.

- α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. (Μονάδες 9)
β) Να βρείτε τα $\vec{\alpha}^2$ και $\vec{\beta}^2$. (Μονάδες 6)
γ) Να αποδείξετε ότι $(3\vec{\alpha} - \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}) = 15$. (Μονάδες 10)

2. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα σημεία A(1,2), B(3,4) και Γ(5,-2).

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AG}$ και να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{A}$ είναι ορθή. (Μονάδες 9)
β) Αν Μ είναι το μέσο του ΒΓ, να βρείτε τα μέτρα των $\overrightarrow{AM}$ και $\overrightarrow{BG}$. (Μονάδες 8)
γ) Να γραφεί το $\overrightarrow{BG}$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\overrightarrow{AG}$ και $\overrightarrow{AM}$. (Μονάδες 8)

3. ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με A(-2, 5), B(7, 8), Γ(1, -4).

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AG}$. (Μονάδες 10)
β) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG}$. (Μονάδες 10)
γ) Να βρείτε, σε μοίρες, τη γωνία $\hat{BAG}$. (Μονάδες 5)

4. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1,2)$ και $\vec{\beta} = (2,3)$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$. (Μονάδες 8)
β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$. (Μονάδες 8)
γ) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$. (Μονάδες 9)

5. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1,3), \vec{\beta} = (3, -1)$.

Να υπολογίσετε:

- α) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ και την γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. (Μονάδες 13)
β) το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$. (Μονάδες 12)

6. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα σημεία A(2,1), B(6,3), Δ(1, -2) και Γ(9,2).

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το μέσο Μ του τμήματος ΑΒ έχει συντεταγμένες (4,2) και το μέσο Ν του τμήματος ΓΔ έχει συντεταγμένες (5,0). (Μονάδες 8)

- β) $\overrightarrow{MN} = (1, -2)$ και $\overrightarrow{DG} = (8,4)$. (Μονάδες 8)
γ) $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{DG}$. (Μονάδες 9)

7. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, -1)$ και $\vec{\beta} = (-3, 2)$.

- α) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot (2\vec{\alpha} - \vec{\beta})$. (Μονάδες 10)
β) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (x, y)$ όταν $\vec{\gamma} \perp \vec{\alpha}$ και $|\vec{\gamma}| = \sqrt{5}$. (Μονάδες 15)

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ -ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ**8. ΘΕΜΑ 2**

Δίνονται τα σημεία Α(-2, 3), Β(0, 8), Γ(5, 3) και Δ(10, 5). Να υπολογίσετε:

α) το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{GD}$. (Μονάδες 12)

β) τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GD}$ με τον άξονα x'x. (Μονάδες 13)

9. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με: $|\vec{\alpha}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $|\vec{\beta}| = \frac{1}{2}$ και $|3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}| = |\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}|$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -\frac{3}{8}$. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 10)

10. ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

α) Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$. (Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$. (Μονάδες 8)

δ) Να βρείτε τη γωνία $(\vec{\gamma}, \vec{\delta})$. (Μονάδες 5)

11. ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (-1, 3)$, $\vec{\beta} = (-2, -\frac{1}{2})$ και $\vec{v} = (x^2, x - 1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$. (Μονάδες 07)

β) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{u} = (3, 4)$ και $\vec{v}$ είναι κάθετα (Μονάδες 09)

γ) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά; (Μονάδες 09)

12. ΘΕΜΑ 2

Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy, με μοναδιαία διανύσματα των αξόνων x'x, y'y τα $\vec{i}, \vec{j}$ αντίστοιχα, τα σημεία Α και Β έχουν διανύσματα θέσεως $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ και $\overrightarrow{OB} = 6\vec{i} - \vec{j}$. Έστω Μ ένα σημείο τέτοιο ώστε $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}(2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})$.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} - 3\vec{j}, \quad (\text{Μονάδες 8})$$

$$\overrightarrow{OM} = \vec{j}. \quad (\text{Μονάδες 8})$$

β) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OM}$ (Μονάδες 9)